

2.9.8 Exponenciální nerovnice I

Př. 1: Vyřeš nerovnici $2^t \geq \sqrt{2}$. Ověř pomocí zkoušky pro dvě čísla z množiny řešení předchozí nerovnice jeho správnost.

$$2^t \geq 2^{\frac{1}{2}} \quad t \geq \frac{1}{2} \quad K = \left\langle \frac{1}{2}; \infty \right\rangle$$

$$t = 1 \quad t = 5123$$

$$2^t \geq \sqrt{2} \quad 2^t \geq \sqrt{2}$$

$$2^1 \geq \sqrt{2} \quad - \text{ platí} \quad 2^{5123} \geq \sqrt{2} \quad - \text{ platí}$$

Př. 2: Vyřeš nerovnici $\left(\frac{1}{2}\right)^t \leq 2$. Ověř pomocí zkoušky pro dvě čísla z množiny řešení předchozí nerovnice jeho správnost.

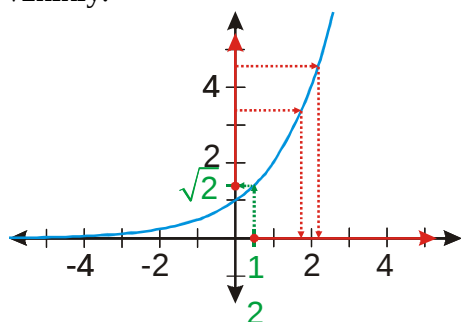
$$\left(\frac{1}{2}\right)^t \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \quad t \leq -1 \quad K = (-\infty; -1]$$

$$2^t \geq \sqrt{2} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^t \leq 2 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^t \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$2^t \geq 2^{\frac{1}{2}}$$

Porovnáváme hodnoty funkce $y = 2^x$, pro číslo $\frac{1}{2}$ a neznámá čísla t . Funkce $y = 2^x$ má mít pro t hodnotu větší než $\sqrt{2}$.

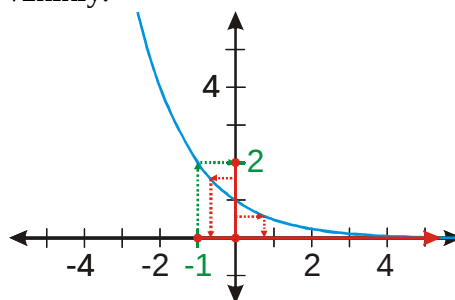
Zpětně hledáme z jakých čísel tyto hodnoty vznikly.



Vznikly z hodnot $t \in \left\langle \frac{1}{2}; \infty \right\rangle$.

Porovnáváme hodnoty funkce $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, pro číslo -1 a pro neznámá čísla t . Funkce $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ má mít pro t hodnotu menší než 2.

Zpětně hledáme z jakých čísel tyto hodnoty vznikly.



Vznikly z hodnot $t \in (-1; \infty)$.

Př. 3: Vyřeš exponenciální nerovnice:

$$\text{a) } 3^{x+5} < 1 \quad \text{b) } 0,1^{2x} \leq 1 \quad \text{c) } \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+2} \geq 0 \quad \text{d) } \left(\frac{1}{8}\right)^{2x+3} \leq 16$$

$$\text{a) } 3^{x+5} < 1 \quad 3^{x+5} < 3^0 \quad x+5 < 0 \quad x < -5 \quad K = (-\infty, -5)$$

$$\text{b) } 0,1^{2x} \leq 1 \quad 0,1^{2x} \leq 0,1^0 \quad 2x \geq 0 \quad x \geq 0 \quad K = \langle 0, \infty \rangle$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+2} \geq 0 \quad K = R \quad \text{Všechny mocniny kladného čísla jsou kladná čísla.}$$

$$\text{d) } \left(\frac{1}{8}\right)^{2x+3} \leq 16 \quad (2^{-3})^{2x+3} \leq 2^4 \quad 2^{-6x-9} \leq 2^4 \quad -6x-9 \leq 4 \quad -6x \leq 13$$

$$x \geq -\frac{13}{6} \quad K = \left\langle -\frac{13}{6}; \infty \right\rangle$$

Př. 4: Vyřeš nerovnice:

$$\text{a) } 2 \cdot 2^x \cdot 4^x > \sqrt{8} \quad \text{b) } 0,1^{x+2} > 0,01^{x+3}$$

$$\text{a) } 2 \cdot 2^x \cdot 4^x > \sqrt{8} \quad \text{Převědeme nerovnici na tvar } 2^{\text{výraz1}} > 2^{\text{výraz2}}.$$

$$2 \cdot 2^x \cdot (2^2)^x > (2^3)^{\frac{1}{2}} \quad 2 \cdot 2^x \cdot 2^{2x} > 2^{\frac{3}{2}} \quad 2^{1+x+2x} > 2^{\frac{3}{2}}$$

$$3x+1 > \frac{3}{2} \quad 6x+2 > 3 \quad x > \frac{1}{6} \quad K = \left(\frac{1}{6}; \infty\right)$$

$$\text{b) } 0,1^{x+2} > 0,01^{x+3} \quad \text{Převědeme nerovnici na tvar } 0,1^{\text{výraz1}} > 0,1^{\text{výraz2}}.$$

$$0,1^{x+2} > (0,1^2)^{x+3} \quad 0,1^{x+2} > 0,1^{2x+6}$$

$$x+2 < 2x+6 \quad x > -4 \quad K = (-4; \infty)$$

Př. 5: Petáková:

strana 37/cvičení 26 f)

strana 37/cvičení 27 d) e)